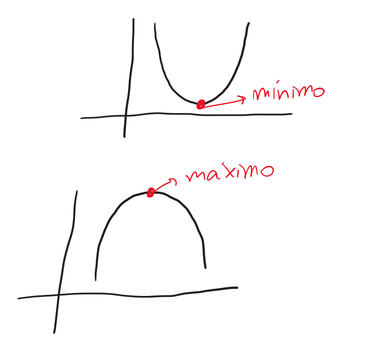
CÁLCULO - Lego II

Mínimos Quadrados

procedimento de otimização

$\hookrightarrow x^2$

OLS encontra β que minimiza a soma dos erros ao quadrado



* SE VOCÊ USA OS 4 PRESSUPOSTOS, VOCÊ OBTÉM $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y$

sem eles, minimizando o erro apenas, ...

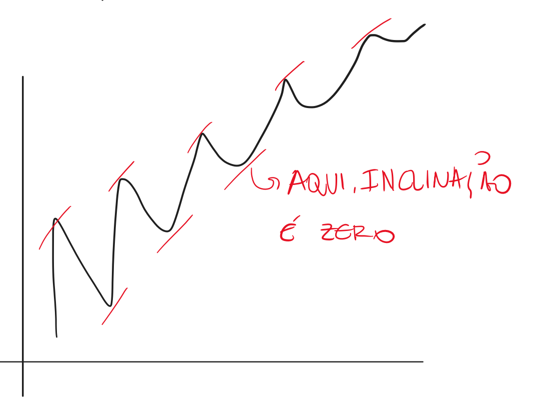
CHEGAMOS NA MESMA FÓRMULA!

NOTA:

Em 100% dos casos, a regressão resume a correlação entre as variáveis. Num subconjunto dessas situações quando temos certeza de que os pressupostos são respeitados, a regressão será causalidade.

PEQUENO

DERIVADA:



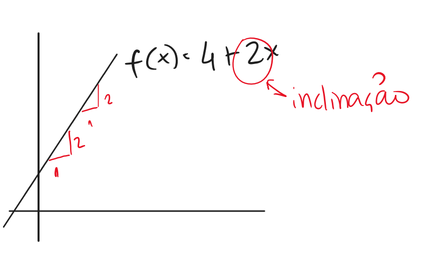
OBJETIVO DA MINIMIZAÇÃO (otimização): encontrar o ponto onde a derivada é zero, ie, encontrar $\hat{\beta}_0$ no ponto em que $f'(\beta_0) = 0$.

DERIVADAS são formas de medir inclinações de funções.

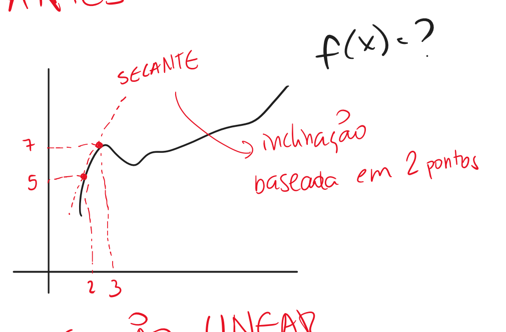
- A própria derivada é uma função:

$f(x) \to$ [máquina de derivar] $\to f'(x)$ "função derivada"

"INCLINAÇÕES SÃO IMPORTANTES"



CASO LINEAR

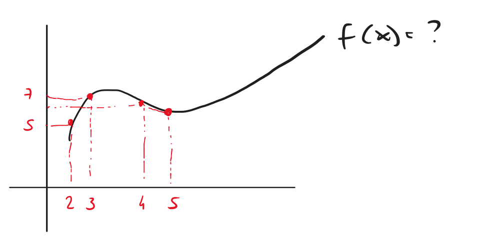


CASO NÃO LINEAR

INCLINAÇÃO É SEMPRE DADA POR: $\dfrac{\Delta f}{\Delta x} = \dfrac{f(x_f) - f(x_I)}{x_f - x_I}$

$\Rightarrow \dfrac{7-5}{3-2} = 2$

NOTE: Qualquer curva tem INFINITAS inclinações, com exceção da linha reta.



$\dfrac{f(4) - f(2)}{4-2} = \dfrac{5-5}{2} = 0$

AO INVÉS DE PEGAR PONTOS MUITO DISTANTES, PEGAMOS DOIS PONTOS MUITO PRÓXIMOS PARA CALCULAR UMA SECANTE QUE SE APROXIME MUITO DE UMA RETA TANGENTE.

DEFINIÇÃO FORMAL DE DERIVADA

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(\overset{x_f}{x+h}) - f(\overset{x_I}{x})}{\underset{x_f}{(x+h)} - \underset{x_I}{x}}$$

PONTOS MUITO PRÓXIMOS

RELEMBRANDO O CONCEITO DE LIMITE:

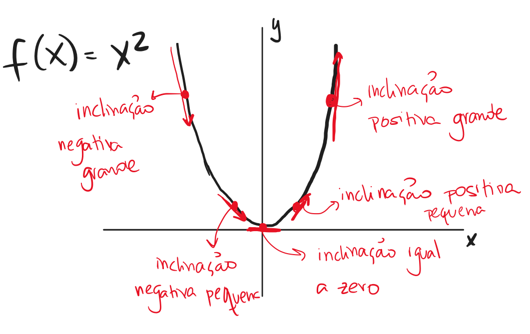
$\lim_{x \to 2} x^2$

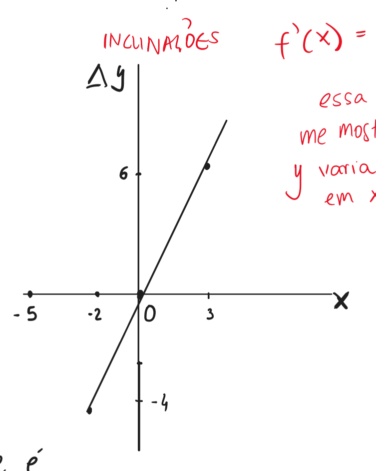
x	f(x)
2.1	4.41
2.01	4.04
2.001	4.004
1.9	3.61
1.99	3.96

Queremos a diferença quando h é muito pequeno.

A primeira coisa é aplicar a definição de derivada e ver onde ela nos leva.

$f(x) = x^2$





$f'(x) = 2x$

essa função me mostra quanto y varia mexendo em x

De fato, há uma função original, que é uma parábola, e uma função que resume a variação de $f(x)$ quando mexemos em X.

a inclinação da reta em qualquer ponto

EXEMPLO: $f(x) = x^2$

$$\lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} \Rightarrow \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{x^2} + 2xh + h^2 - \cancel{x^2}}{h}$$

$$\Rightarrow \lim_{h\to 0} \frac{2xh + h^2}{h} \Rightarrow \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}(2x+h)}{\cancel{h}} \Rightarrow \lim_{h\to 0} 2x + \overset{0}{\cancel{h}} = 2x$$

$f'(x) = 2x$

x	-5	-4	...	0	1	2
f(x)	25	16	...	0	1	4
f'(x)	-10	-8	...	0	2	4

SUPONHA $f(x) = 4x^3$

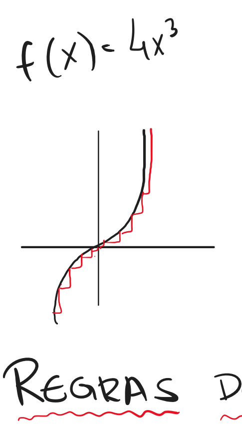
$$\lim_{h\to 0} \frac{4(x+h)^3 - 4x^3}{h} = f'(x) =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{4(\cancel{x^3} + x^2h + 2x^2h + 2xh^2 + xh^2 + h^3) \cancel{-4x^3}}{h}$$

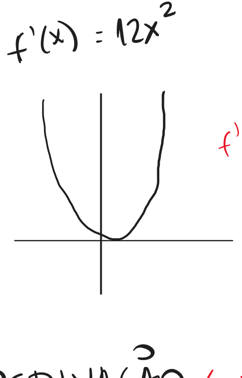
$$= \lim_{h\to 0} \frac{4(3x^2h + 3xh^2 + h^3)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{12x^2\cancel{h} + 12xh^{\cancel{2}} + 4h^{\cancel{3}\,2}}{\cancel{h}}$$

$$= \lim_{h\to 0} 12x^2 + 12x\overset{0}{\cancel{h}} + 4\overset{0}{\cancel{h^2}} = 12x^2 = f'(x)$$

$f(x) = 4x^3$



$f'(x) = 12x^2$



$f'(x) > 0$ (positiva)

REGRAS DE DERIVAÇÃO (ou atalhos)

① $f(x) = x^n \to f'(x) = nx^{n-1}$ ⇝ $f(x) = x^2$, $f'(x) = 2x$

$f(x) = 4x^3$, $f'(x) = 12x^2$

② $\dfrac{d}{dx}(f+g) = \dfrac{df}{dx} + \dfrac{dg}{dx}$ ou $(f+g)' = f' + g'$

$f(x) = (6x^2 + 2x)$

$f'(x) = 12x + 2$

(linearidade)

③ REGRA DA CADEIA:

$[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Suponha que $f(x) = x^2$, $g(x) = 7x^3 + 3$ $\Rightarrow f(g(x)) = f(7x^3+3) = (7x^3+3)^2$

$\Rightarrow f'(x) = 2x$, $g'(x) = 21x^2$ $\Rightarrow f'(g(x)) \cdot g'(x) = \underbrace{2(7x^3+3)}_{f'(g(x))} \cdot \underbrace{21x^2}_{g'(x)}$